

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»**

Физико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«30» апреля 2025 г., протокол № 8

Рабочая программа дисциплины

Численные методы

Специальность:

1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Отрасль науки: физико-математические; технические

Форма обучения: очная

Год начала подготовки - 2025

Карачаевск, 2025

Составитель: *канд. физ.-мат. наук, доцент Бостанова Ф.А.*

Рабочая программа составлена в соответствии с Федеральным законом Российской Федерации от 29 декабря 2012г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации». Федеральными государственными требованиями к структуре программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре, утверждённым приказом Минобрнауки России от 20.10.2021 № 951 (Зарегистрировано в Минюсте России 23.11.2021 №65943), Положением о подготовке научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре (Постановление Правительства Российской Федерации от 30.11.2021 № 2122)

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры математического анализа на 2025-2026 учебный год, протокол № 8 от 28 апреля 2025г.

Содержание

1. Наименование дисциплины (модуля)	4
2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине.....	4
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	5
4. Распределение трудоемкости дисциплины	5
5. Структура и содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества часов и видов учебных занятий.....	5
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий	6
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю).....	7
Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы	7
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)	11
7.1.Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации	11
8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	15
8.1.Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины	16
9.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем	17
10.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	17
11.Лист регистрации изменений	19

Дисциплина «Численные методы» базируется на знаниях, имеющихся у аспирантов после получения высшего профессионального образования, для качественного усвоения дисциплины аспирант должен знать алгебру, геометрию, математический анализ, теорию вероятностей, уметь пользоваться научной литературой, иметь навыки работы на персональном компьютере. Дисциплина «Численные методы» является интегрированной и предполагает изучение закономерностей решения задач по уравнениям математической физики.

1. Наименование дисциплины (модуля)

Численные методы.

Целью изучения дисциплины:

- обеспечить усвоение аспирантами основных понятий и терминологии численных методов, ознакомление с основными методами и средствами разработки компьютерно-ориентированных вычислительных алгоритмов решения задач;
- повышение уровня фундаментальной подготовки;
- воспитание высокой математической культуры;
- ориентация аспирантов на использование классических методов математики при решении фундаментальных и прикладных задач в естествознании и других областях жизнедеятельности.

Задачи для достижения поставленной цели:

- о принципах теории численных методов решения математических задач;
- об основных понятиях численных методов решения уравнений, аппроксимации функций, численного дифференцирования и интегрирования;
- об основных схемах численного решения уравнений, аппроксимации функции, численного интегрирования.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

ЗНАТЬ:

1. некоторые этические нормы профессиональной деятельности
2. теоретические сведения о численных методах решения прикладных задач;
3. основные понятия теории численных методов;
4. способы использования базовых теоретических знаний для решения профессиональных задач;
5. методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях;

Уметь:

1. несистематично следовать этическим нормам профессиональной деятельности
2. осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения поставленных практических задач;
3. проанализировать результаты расчетов, обосновать полученные выводы;
4. на основе описания различных процессов и явлений строить стандартные

5. разрабатывать компьютерно-ориентированные вычислительные алгоритмы решения прикладных задач;

Владеть:

1. фундаментальными методами численного анализа применительно к сложным системам, необходимыми для решения научно-исследовательских задач;
2. способностью применять численные методы при решении задач механики, физики и техники.
3. информацией по данной дисциплине на уровне умения вести дискуссию и отстаивать собственную точку зрения;
4. навыками применения на практике базовых профессиональных навыков;
5. способностью применять программные математические пакеты для реализации математических методов.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Учебная дисциплина «Численные методы» входит в образовательный компонент образовательной программы высшего образования в аспирантуре и является обязательной дисциплиной. Изучается во 2 семестре. Индекс в учебном плане 2.1.4.

4. Распределение трудоемкости дисциплины

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет **2 ЗЕТ**

Объем дисциплины	Всего часов
	для очной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины	72
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) * (всего)	36
Аудиторная работа (всего):	36
в том числе:	
лекции	18
семинары, практические занятия	18
практикумы	-
Лабораторные работы	-
Внеаудиторная работа:	
В том числе, индивидуальная работа обучающихся с преподавателем:	-
курсовое проектирование	-
групповая, индивидуальная консультация и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем)	-
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	36
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	зачет

5. Структура и содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества часов и видов учебных занятий

**5.1.Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий
ДЛЯ ОЧНОЙ ФОРМЫ**

п/п	Раздел, тема, содержание темы дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)					
			Всего	Аудиторные уч. занятия			Сам. раб.	Формы текущего контроля
				Лек.	Пр.	Лаб.		
1	Погрешности вычислений. Определение количества верных значащих цифр.	6	2	2		2	Решение задач	
2	Погрешности алгебраических операций. Правила округления	6	2			4	Решение задач	
3	Понятие о вероятностной оценке погрешности.	4		2		2	Решение задач	
4	Методы решения нелинейных уравнений: графический, хорд, касательных, итераций.	6	2			4	Решение задач	
5	Комбинированный метод хорд и касательных	4		2		2	Решение задач	
6	Методы численного решения систем линейных и нелинейных уравнений	4		2		2	Решение задач	
7	Оценка погрешностей. Требования к вычислительному алгоритму. Устойчивость и сложность алгоритма.	4	2			2	Составление моделей	
8	Линейная и сплайн-интерполяция. Интерполяция многочленами n -ой степени. Оценка погрешности интерполирования.	4	2			2	тест	
9	Интерполяционные формулы Лагранжа и Ньютона. Среднеквадратическое и равномерное приближение функций.	6		2		4	тест	
10	Численное интегрирования функций по формулам прямоугольников, трапеций и Симпсона. Погрешности численного интегрирования	6	2	2		2	Решение задач	
11	Интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений методами степенных рядов Эйлера, Эйлера с уравниванием и Рунге-Кутта. Оценка погрешностей.	4	2			2	Решение задач	
12	Моделирование нормальной случайной величины. Метод наименьших квадратов. Подбор эмпирических формул	4		2		2	Решение задач	
13	Решение разностных уравнений первого и второго порядка с постоянными коэффициентами. Численное дифференцирование. Регуляризация дифференцирования.	4	2			2	Решение задач	
14	Понятие о методе Монте Карло. Доверительный интервал. Сравнение величин. Нахождение стохастической зависимости.	4		2		2	Решение задач	
15	Преобразование Лапласа, Фурье и др. Функции	6	2	2		2	Решение задач	

4. Завышенное значение интеграла $\int_1^2 \sqrt{x} dx$ будет получено методомпрямоугольников.
5. Напишите формулу для вычисления второй производной «в центре».
6. Необходимо сделать не менее итераций, чтобы найти корень уравнения $\exp(-x) - \sin(x) = 0$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$ методом бисекции на отрезке $[0; 1]$.
7. Чтобы построить полином Лагранжа 6-ой степени необходимоузлов интерполяции.
8. При уточнении корня уравнения на отрезке $[a; b]$ методом хорд в качестве начального приближения следует взять b , если.....
9. При уточнении корня уравнения на отрезке $[a; b]$ методом хорд в качестве начального приближения следует взять a , если.....
10. При каких условиях метод Ньютона не определен? Приведите пример.
11. Какой из концов отрезка $[a; b]$ следует выбрать в качестве начального приближения в методе Ньютона, если $f''(x) > 0$, и $f(a) < 0$?
12. Какой из концов отрезка $[a; b]$ следует выбрать в качестве начального приближения в методе Ньютона, если $f''(x) < 0$, и $f(b) > 0$?
13. Сформулируйте достаточное условие сходимости итерационного процесса при нахождении корня уравнения.
14. Почему итерационные методы являются самоисправляющимися ?
15. Запишите условие прекращения итераций для нахождения корня уравнения с точностью ε .
16. При каких значениях q условием прекращения итераций для нахождения корня с точностью ε можно считать условие $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$?
17. Докажите, что если определить функцию $\phi(x)$ по формуле $\phi(x) = x - \frac{f(x)}{k}$, где $|k| > \frac{Q}{2}$, $Q = \max_{[a;b]} |f'(x)|$, а знак k совпадает со знаком $f'(x)$ на отрезке $[a; b]$, то уравнение $x = \phi(x)$ эквивалентно уравнению $f(x) = 0$, а функция $\phi(x)$ удовлетворяет достаточному условию сходимости.
18. Напишите достаточное условие сходимости метода итераций для метрики $\rho(x, y) = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i - y_i|$
19. Напишите достаточное условие сходимости метода итераций для метрики $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$
20. Напишите достаточное условие сходимости метода итераций для метрики $\rho(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2}$
21. Решение системы линейных уравнений найдено с точностью ε , если выполняется условие:

22. Скорость сходимости метода Зейделя выше, чем метода простых итераций, когда выполняется условие сходимости: А). $q = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |\alpha_{ij}| < 1$ Б). $q = \max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |\alpha_{ij}| < 1$ В).

$$q = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \alpha_{ij}^2} < 1$$

23. Напишите интерполяционную формулу Лагранжа.
24. Выведите формулу для оценки погрешности численного дифференцирования «назад».
25. Погрешность численного дифференцирования по «центральной» формуле оценивается из неравенства: а). $|R| \leq \frac{1}{2} M \cdot h$ б). $|R| \leq \frac{1}{8} M_2 \cdot h$ в). $|R| \leq \frac{1}{6} M_3 \cdot h^2$
26. Если значения функции $y(x)$ рассчитываются с погрешностью ε , то оптимальный шаг численного дифференцирования по «центральной» формуле следует определять из соотношения: а). $h_{opt} = \left(\frac{8\varepsilon}{M_2} \right)^{1/2}$ б). $h_{opt} = \left(\frac{3\varepsilon}{M_3} \right)^{1/3}$ в). $h_{opt} = \left(\frac{\varepsilon^2}{2M_3} \right)^{1/3}$.
27. Какие ограничения накладываются на распределение узлов интерполяции по отрезку интерполирования при построении полинома Лагранжа?
28. Необходимо определить производную-го порядка от функции $f(x)$, чтобы оценить погрешность интерполяции этой функции полиномом Лагранжа 5-ой степени.
29. Как изменится оптимальный шаг численного дифференцирования по «центральной» формуле, если погрешность ε , с которой рассчитываются значения функции $y(x)$, уменьшится втрое?
30. Расчет интеграла $\int_0^1 (\sqrt{x} + \ln(x)) dx$ методом прямоугольников даст завышенное значение.
31. При расчете интеграла по формуле Симпсона подынтегральная функция на отрезке длиной $2h$ аппроксимируется полиномом-ой степени.
32. Погрешность метода «средних» прямоугольников оценивается из неравенства: а). $|R| \leq \frac{(b-a)h}{2} M_1$ б). $|R| \leq \frac{(b-a)h^4}{180} M_4$ в). $|R| \leq \frac{(b-a)h^2}{24} M_2$
33. Напишите неравенство для оценки погрешности метода трапеций.
34. Погрешность по методу Рунге для квадратурной формулы Симпсона оценивается из приближенного равенства: а). $|R| \approx |J_n - J_{2n}|$ б). $|R| \approx \frac{|J_n - J_{2n}|}{3}$ в). $|R| \approx \frac{|J_n - J_{2n}|}{15}$ г). $|R| \approx \frac{|J_n - J_{2n}|}{7}$.
35. Квадратурная формула Чебышева с n узлами дает точный результат для полинома степени
36. Квадратурная формула Гаусса с n узлами дает точный результат для полинома степени
37. Если вторая производная подынтегральной функции $f(x)$ неизвестна, то погрешность численного интегрирования методом трапеций можно оценить по формуле (приведите формулу):
38. Если вторая производная подынтегральной функции $f(x)$ неизвестна, то погрешность численного интегрирования методом средних прямоугольников можно оценить по формуле (приведите формулу):
39. Если первая производная подынтегральной функции $f(x)$ неизвестна, то погрешность численного интегрирования методом левых прямоугольников можно оценить по формуле (приведите формулу):

40. Если первая производная подынтегральной функции $f(x)$ неизвестна, то погрешность численного интегрирования методом правых прямоугольников можно оценить по формуле (приведите формулу):

41. Если четвертая производная подынтегральной функции $f(x)$ неизвестна, то погрешность численного интегрирования методом Симпсона можно оценить по формуле (приведите формулу):

42. Система уравнений называется *плохо обусловленной*, если

43. Вычислите интеграл $\int_0^1 x^3 dx$ по формуле Симпсона при $n = 2$ и сравните с точным значением.

44. Найдите минимальное число частей n , на которое необходимо разбить отрезок интегрирования, чтобы найти интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ с точностью $\varepsilon = 0.005$ по формуле Симпсона.

45. Найдите минимальное число частей n , на которое необходимо разбить отрезок интегрирования, чтобы найти интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ с точностью $\varepsilon = 0.005$ по формуле левых прямоугольников.

46. Найдите минимальное число частей n , на которое необходимо разбить отрезок интегрирования, чтобы найти интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ с точностью $\varepsilon = 0.005$ по формуле трапеций.

47. Найдите минимальное число частей n , на которое необходимо разбить отрезок интегрирования, чтобы найти интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ с точностью $\varepsilon = 0.005$ по формуле средних прямоугольников.

48. Найдите минимальное число частей n , на которое необходимо разбить отрезок интегрирования, чтобы найти интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ с точностью $\varepsilon = 0.005$ по формуле правых прямоугольников.

49. Найдите минимальное число частей n , на которое необходимо разбить отрезок интегрирования, чтобы найти интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x}$ с точностью $\varepsilon = 0.005$ по формуле Симпсона.

50. Корень уравнения $f(x)=0$ отделен на отрезке $[a; b]$. С какой точностью будет найден корень после n итераций метода деления отрезка пополам?

51. Покажите, что метод хорд можно применить для нахождения корня уравнения $\frac{1}{x} - 1 = 0$ на отрезке $[0.5; 2]$.

52. В каких случаях метод Ньютона не определен?

53. Необходимо найти корень уравнения $x - \sqrt[3]{3x-1} = 0$ на отрезке $[0.2; 0.5]$ методом итераций. Можно ли выразить функцию $\varphi(x)$ как $\varphi(x) = \sqrt[3]{3x-1}$? (Ответ обосновать.)

54. Найти интерполяционный полином Лагранжа первой степени для функции, заданной таблично:

x	0.5	0.7
$f(x)$	2	2.4

55. Найти интерполяционный полином Лагранжа первой степени для функции, заданной таблично:

x	0.5	1
-----	-----	---

$f(x)$	2	3
--------	---	---

56. Найти интерполяционный полином Лагранжа первой степени для функции, заданной таблично:

x	0.7	1
$f(x)$	2.4	3

57. Дана таблица значений функции

x	1.5	1.6	1.7
$\exp(x)$	4.48	4.95	5.47

Оцените погрешность интерполяции этой функции полиномом Лагранжа второй степени в точке $x = 1.57$.

58. Найдите погрешность квадратурной формулы, составленной следующим образом:

$$J = \frac{2J_{\text{ср.нр.}} + J_{\text{тр.}}}{3} \quad (\text{здесь } J_{\text{ср.нр.}} \text{ и } J_{\text{тр.}} - \text{квадратурные формулы «средних» прямоугольников и трапеций}).$$

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Текущий и промежуточный контроль качества усвоения знаний по дисциплине «Численные методы» проводится в форме опроса в процессе и в форме тестирования.

Итоговый контроль проводится в форме экзамена

7.1.Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

7.2Тестовые задания для проверки знаний студентов Типовые вопросы и задачи

для контрольных, зачетной и экзаменационной работ:

- 1) Приближенным числом a называют число, незначительно отличающиеся от
 - a) точного A
 - b) неточного A
 - c) среднего A
 - d) точного не известного
 - e) приблизительного A
- 2) a называется приближенным значением A по недостатку, если
 - a) $a < A$
 - b) $a > A$
 - c) $a = A$
 - d) $a \geq A$
 - e) $a \leq A$

3) a называется приближенным значением числа A по избытку, если

- a) $a > A$
- b) $a < A$
- c) $a = A$
- d) $a \geq A$
- e) $a \leq A$

Под ошибкой или погрешностью Δa приближенного числа a обычно понимается разность между соответствующим точным числом A и данным приближением, т.е.

- a) $\Delta a = A - a$
- b) $\Delta a = A + a$
- c) $\Delta a = A/a$
- d) $a = \Delta a - A$
- e) $A = \Delta a + A$

7) Если ошибка положительна $\Delta a > 0$, то

- a) $\Delta a > 0$
- b) $\Delta a < 0$
- c) $\Delta a = 0$
- d) $\Delta a \leq 0$
- e) $a > a$

8) Абсолютная погрешность приближенного числа

- a) $\Delta = |\Delta a|$
- b) $\Delta a = a$
- c) $\Delta = |a|$
- d) $A = |\Delta a|$
- e) $\Delta a = |\Delta v|$

9) Абсолютная погрешность

- a) $\Delta = |A - a|$
- b) $\Delta A = a$
- c) $\Delta = |B - a|$
- d) $a = |A + a|$
- e) $\Delta a = |A + v|$

10) Предельную абсолютную погрешность вводят если

- a) число A не известно
- b) число a не известно
- c) Δ не известно
- d) $A - a$ не известно
- e) не известно B

11) Предельная абсолютная погрешность

- a) Δa
- b) Δv
- c) ΔA

- d) A
- e) A

12) Определить предельную абсолютную погрешность числа $a = 3,14$, заменяющего число π

- a) 0,002
- b) 0,001
- c) 3,141
- d) 0,2
- e) 0,003

13) Относительная погрешность

- a) $\sigma = \Delta/|A|$
- b) $\sigma = \Delta$
- c) $\sigma = \Delta/v$
- d) $\sigma = c/a$
- e) $\sigma = a - A$

14) Погрешность, связанная с самой постановкой математической задачи

- a) погрешность задачи
- b) погрешность метода
- c) остаточная погрешность
- d) погрешность действия
- e) начальная

15) Погрешности, связанная с наличием бесконечных процессов в математическом анализе

- a) остаточная погрешность
- b) абсолютная
- c) относительная
- d) погрешность условия
- e) начальная погрешность

16) Погрешности, связанные с наличием в математических формулах, числовых параметров

- a) начальном
- b) конечной
- c) абсолютной
- d) относительной
- e) остаточной

17) Погрешности, связанные с системой счисления

- a) погрешность округления
- b) погрешность действий
- c) погрешности задач
- d) остаточная погрешность

е) относительная погрешность

18) Округлить число $\pi = 3,1415926535\dots$ до пяти значащих цифр

- a) 3,1416
- b) 3,1425
- c) 3,142
- d) 3,14
- e) 0,1415

19) Абсолютная погрешность при округлении числа π до трёх значащих цифр

- a) $0,5 \cdot 10^{-2}$
- b) $0,5 \cdot 10^{-3}$
- c) $0,5 \cdot 10^{-4}$
- d) $0,5 \cdot 10^{-1}$
- e) 0,5

20) Предельная абсолютная погрешность разности

- a) $\Delta u = \Delta x_1 + \Delta x_2$
- b) $\Delta u = a + b$
- c) $\Delta u = A + b$
- d) $\Delta = x_1 + x_2$
- e) $\Delta a = b + c$

21) Числовой ряд названия сходящимся, если

- a) существует предел последовательности его частных сумм
- b) можно найти сумму ряда
- c) существует последовательность
- d) частные суммы равны нулю
- e) существует предел разности

24) Найти $\ln 3$ с точностью до 10^{-5}

- a) 1,09861
- b) 1,01
- c) 1,098132
- d) 1,02
- e) 1,3

25) Найти $\sin 200301$

- a) 0,35
- b) 0,36
- c) 0,2
- d) 0,47
- e) 0,5

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Основная литература:

1. Волков Е.А. Численные методы. М.: Наука, 1982.
2. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
3. Тихонов А.Н., Костомаров Д.А. Вводные лекции по прикладной математике. М.: Наука, 1984.
4. Турчак Л.И. Основы численных методов. М.: Наука, 1987.
5. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. Москва – Санкт-Петербург, 2014
6. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.: Наука, 1973

Дополнительная учебная литература:

1. Кахмер Д., Моулер К., Неш С. Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 1998.
2. Дж. Бейкер, П. Грейвз-Моррис. Аппроксимации Паде. М.: Мир 1986.
3. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. М.: Наука. 1984

8.3. Ресурсы ЭБС.

1. Дифференциальные уравнения: практикум / Л.А. Альсевич, С.А. Мазаник, Г.А. Расолько, Л.П. Черенкова. - Минск: Вышэйшая школа, 2012. - 384 с. - ISBN 978-985-06-2111-5; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=135999> (22.11.2016).
2. Асташова, И.В. Дифференциальные уравнения / И.В. Асташова, В.А. Никишкин. - М.: Евразийский открытый институт, 2011. - Ч. 2. - 108 с. - ISBN 978-5-374-00487-8; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90342> (22.11.2016).
3. Коврижных, А.Ю. Дифференциальные и разностные уравнения / А.Ю. Коврижных, О.О. Коврижных; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. - Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. - 150 с. - ISBN 978-5-7996-1341-9; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275742> (22.11.2016).
4. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - М.: Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123> (22.11.2016).

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://e.lanbook.ru>.
2. <http://exponenta.ru>»[map.asp](http://exponenta.ru/map.asp)
3. knigafund.ru.
4. math-portal.ru.
5. <http://www.mailcleanerplus.com/profit/elbib/obrlib.php> – электронная библиотека;
6. www.edu.ru/db/portal/spe/index.htm – федеральный портал российского образования.

8.1. Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

Виды учебных занятий и формы контроля	Организация деятельности студента (Методические рекомендации)
Лекция	Написание конспекта лекций: краткое, схематичное, последовательное фиксирование основных положений, выводов, формулировок, фактов, обобщений; выделение ключевых слов, терминов, понятий. Обозначение вопросов, терминов, материала, вызывающего трудности. Нахождение ответов на вопросы лекционного материала. Для этого проработать материалы лекции с учебной и научной литературой. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на консультации, на практическом занятии. Общее время отводимое на содержательную проработку лекционного материала, в том числе самостоятельно и контактную работу с преподавателем – 1,5 часа.
Практические занятия	При подготовке к практическим занятиям, проработать теоретический материал лекций. Особое внимание уделить формулам, понятиям, теоремам, их взаимосвязям. Выполнить несколько простейших упражнений, в том числе заданных преподавателем как домашнее задание. Также сделать конспект литературных источников, в том числе с указаниями и решениями задач. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы, работа с текстом. Решение расчетно-графических заданий, типовых задач, решение задач по алгоритму. Если самостоятельно не удастся разобраться в примерах и задачах, необходимо отметить нерешенные задачи и совместно решить их с преподавателем на консультации, на практическом занятии. Общее время отводимое на содержательную подготовку к практическим занятиям, в том числе самостоятельно и контактную работу с преподавателем – 2 часа.
Контрольная работа/ типовые расчеты/ тестовые задания	При подготовке к указанным видам занятий, необходимо проработать весь материал теоретического и практического курса, соотносимый с конкретным видом занятия. Ознакомиться с образцами задач и примеров конкретного вида занятия, с их содержанием. Решить образцы вариантов конкретного вида текущего контроля. После выполнения указанных видов занятий, проделать работу над ошибками.
Реферат/ сообщение	Реферат: Поиск литературы и составление библиографии, использование от 3 до 5 научных работ, изложение мнения авторов и своего суждения по выбранному вопросу; изложение основных аспектов проблемы. Ознакомиться со структурой и оформлением реферата. Сообщение: Изучение научной, учебной, другой литературы по теме сообщения. Отбор необходимого материала; формирование выводов и разработка конкретных рекомендаций по решению поставленной цели и задачи; проведение теоретических практических исследований по теме сообщения.
Коллоквиум	Работа с конспектами лекций и практических занятий, подготовка

	ответов к контрольным вопросам теоретического и практического характера по указанным разделам.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену (зачету) необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и др. При этом детально и содержательно проработать каждый материал лекции и практического занятия, вопросов вынесенных на самостоятельную работу. Уметь ориентироваться в схеме доказательств теорем и других утверждений данной дисциплины. Ознакомиться с перечнем вопросов к экзамену.

9.Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Весь лекционный курс построен на основе современных образовательных технологий. Лекции читаются с применением современных средств демонстрационных ММ-презентаций. Часть, лекций проводится в интерактивной форме взаимодействия с аспирантами. Получение профессиональных знаний осуществляется путем изучения предусмотренных учебным планом разделов дисциплины не только на лекциях, но и семинарских занятиях.

Семинарские занятия проводятся в интерактивной форме, аспиранты готовят презентации, доклады, обмениваются мнением по проблематике семинара. Предусматривается самостоятельная работа с литературой. Изучение каждого раздела заканчивается подготовкой рефератов или тестовым контролем.

10.Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория находится по адресу 369200, Карачаево-Черкесская Республика, г. Карачаевск, ул. Ленина, 29. Учебный корпус №4, ауд.406. Данная аудитория предназначена

для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, для организации и проведения практической деятельности, научно-исследовательской работы.

Специализированная мебель:

столы ученические, стулья, доска, стол-тумба, трибуна.

Технические средства обучения:

телевизор LG , персональный компьютер с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.

Лицензионное программное обеспечение:

- Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ABBY Fine Reader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- Calculate Linux (внесён в ЕРРП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

Kaspersky Endpoint Security (Лицензия № 280E-210210-093403-420-2061), с 03.03.2021 по 04.03.2023г.

11.Лист регистрации изменений

Изменение	Дата и номер протокола ученого совета факультета/ института, на котором были рассмотрены вопросы о необходимости внесения изменений в ОПВО	Дата и номер протокола ученого совета Университета, на котором были утверждены изменения в ОПВО